Coordenadas polares e geometria: estudo matemático da teoria do valor de Marx

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

Nome do Autor: Pedro Corrêa dos Santos

Resumo: Este projeto tem como objetivo estudar a expressão matemática do conceito de valor na teoria econômica de Marx ([1867] 2013). A hipótese é que as noções de equivalência que fundamentam a noção de valor na história do pensamento econômico, e na teoria econômica de Marx ([1867] 2013) em particular, podem ser reduzidas a expressões matemáticas que deem conta da forma da relação, ainda que o conteúdo específico da comensurabilidade entre coisas qualitativamente distintas se deva à natureza específica das relações de produção em cada caso. A partir da análise de *O capital* ([1867] 2013), a proposta é investigar de que maneira a teoria do valor elaborada por Marx pode ser submetida a uma formalização matemática que capture a ideia de equivalência utilizada pelo autor. Entre as ferramentas analisadas, destacam-se as coordenadas polares, que passam a ser consideradas como uma possível ferramenta para a continuidade da análise da teoria do valor.

Palavras-chave: Teoria do valor, Marx, geometria, coordenadas polares.
Classificação JEL: A12; B14, C02.
Sessão de comunicações
Área 4 – Teoria do valor, capitalismo e socialismo.

1. Introdução

Esta pesquisa parte da discussão realizada por Karl Marx em *O Capital* ([1867] 2013) sobre a teoria do valor do trabalho. Nesse contexto, o autor argumenta que o valor das mercadorias está relacionado ao tempo de trabalho socialmente necessário para sua produção, o que permite estabelecer relações de equivalência entre diferentes mercadorias.

A partir dessa formulação, surge a tentativa de analisar essas relações utilizando ferramentas matemáticas. Inicialmente, considera-se a possibilidade de representar a teoria do valor por meio de uma estrutura geométrica simples, utilizando uma circunferência para representar as relações de equivalência entre as mercadorias.

No entanto, ao longo da análise observa-se que essa representação apresenta limitações, principalmente no que diz respeito à permutabilidade direta entre mercadorias. Diante disso, torna-se necessário buscar outras estruturas matemáticas que permitam tratar essa relação de forma mais adequada.

Nesse processo, também se apresenta um breve retrospecto histórico da matemática, destacando o movimento de formalização ocorrido no cálculo diferencial e o desenvolvimento de diferentes formas de representação geométrica. Entre essas, destacam-se as coordenadas polares, que passam a ser consideradas como uma possível ferramenta para a continuidade da análise da teoria do valor.

2. Contextualização histórica

2.1 Teoria do valor

Karl Marx, em sua obra *O Capital* ([1867] 2013), aborda uma nova perspectiva sobre o que se entende por valor. Inicialmente, o autor defende que existem dois fatores que estão presentes em uma mercadoria, o valor de uso e valor de troca. O primeiro diz respeito ao caráter de utilidade de um simples produto, ao qual faz-se necessário para satisfazer as vontades humanas. Assim, é condicionada pelo corpo da mercadoria e não pode existir sem esse corpo, dessa forma, sua finalidade apresenta-se no uso ou consumo da mesma e é o conteúdo material da mercadoria.

No entanto, a problemática se apresenta no segundo fator, pois, apesar de este ser, de modo simples, apenas uma relação quantitativa, é de certa forma contraditório existir uma espécie de valor intrínseco à mercadoria, afinal a proporção de um produto para o outro muda conforme o tempo e o espaço, assim, não é possível que isso seja, no mesmo instante, acidental e intrínseco.

Portanto, ao analisar essa relação, Marx ([1867] 2013) entende que existe algo comum nas mercadorias que permite com que elas possam se equiparar de alguma forma, de modo que são iguais a uma terceira coisa que não é nenhuma dessas analisadas. Entende-se, primeiramente, que essa não pode ser alguma propriedade física, pois só tem função de utilidade como valor de uso. Contudo, se

abstrair o valor de uso das mercadorias, torna-se possível comparar quanto um valor de uso vale perante ao outro, gerando essa relação de troca.

E, como o valor de uso diz respeito aos termos qualitativos da mercadoria, enquanto o valor de troca aos quantitativos, quando renunciado o valor de uso resta apenas, para as mercadorias, a propriedade de serem produtos do trabalho. Dessa forma, a quantidade de trabalho é medida por meio do tempo de produção, porém é considerado a média dos tempos individuais de modo a ser considerado apenas o tempo social médio de trabalho para produzir tal valor de uso que, por fim, contribui para a determinação de seu valor.

Dessa maneira, Marx ([1867] 2013) define que não é qualquer tempo de trabalho que gera o valor, mas na verdade é o tempo que a sociedade como um todo leva para gerar o valor, portanto, se um trabalhador leva mais tempo para produzir algo por falta de habilidade ou de ferramentas adequadas, essa prática não gera, por si só, valor. Então, leva-se em consideração as condições sociais médias para realizar uma mercadoria, o grau médio de habilidade e a intensidade média e com isso forma-se o tempo socialmente necessário para formação do que se entende por valor efetivamente.

Assim, uma mercadoria só possui essa propriedade em função de sua duplicidade, isto é, por ser, ao mesmo tempo, objeto útil e veículo de valor. As mercadorias encarnam valor na medida em que são expressões de uma mesma substância social: o trabalho humano. Seu valor de troca é, portanto, social, só podendo manifestar-se na relação social em que uma mercadoria se troca por outra. Valor de troca é a forma de manifestação do valor, de modo que as mercadorias possuem uma forma comum de valor de troca: a forma dinheiro, o que esconde as complexidades existentes no processo de troca e reduz essas a uma simples quantidade monetária.

Nesse sentido, Marx ([1867] 2013) definiu algumas formas do valor que representam a relação de proporção entre mercadorias. A forma primogênita é a de valor simples, a qual se atribui uma relação direta entre duas mercadorias, ou seja:

X mercadorias A = Y mercadorias B Equação (1)

Logo, essas duas têm seus valores expressos com comportamentos distintos, uma de maneira ativa e outra passiva, sendo a primeira referente a forma de valor relativa, enquanto a segunda na forma de valor equivalente e uma pressupõe a existência da outra, afinal, tal nomenclatura propõe uma interdependência entre as mercadorias e representa uma relação complementar entre elas. Pois, enquanto a segunda não pode estar na forma relativa ao que fornece o material para a expressão do valor de outra mercadoria, a primeira não pode estar na forma equivalente. Por fim, conclui-se que uma mercadoria pode apenas encontrar-se em duas situações, com um valor expresso ou a qual um valor é expresso.

As duas formas são importantes para compreender o princípio da permutabilidade existente nessa troca, na qual a mercadoria que se põe na forma relativa é a única a efetivamente ter seu valor de troca expresso, enquanto, à outra, cabe a função de ser "suporte de valor" e, portanto, tem-se apenas sua forma corpórea como instrumento para a forma relativa, ou seja, o valor de uma mercadoria expresso no valor de uso de outra e é essa relação que permite que duas mercadorias possam ser equiparadas, pois, ao serem reduzidas a valor referente da geleia de trabalho humano, possuem uma forma de equivalência.

Assim, entende-se que o termo "valor" é também "valor de troca" pois a forma do valor de troca jamais possui essa característica quando isolada, apenas quando é posta com outra mercadoria. Dessa forma, o duplo caráter da mercadoria se dá por meio do "valor de uso" e "valor".

Com isso, a partir do momento em que mercadorias se reduzem ao tempo de trabalho socialmente necessário, torna-se possível comparar qualquer tipo de produto com essas características, por exemplo, define-se uma como forma relativa e, dessa maneira, tem de se atribuir alguma como forma equivalente e a essa cabe qualquer uma que seja fruto de trabalho humano e com valor de uso. Sendo assim:

X mercadoria A = Y mercadoria B, ou W mercadoria C, ou Z mercadoria D…Equação (2)

Em resumo, a forma relativa só necessita de uma permutabilidade com qualquer mercadoria que possa ocupar a função de forma equivalente e torna todo o trabalho existente nesse processo como indiferenciável, pois o trabalho necessário para criar algo é comparado a um outro trabalho qualquer, sem distinções. Essa relação é denominada por Marx ([1867] 2013) como forma de valor desdobrada, afinal, tem-se uma mercadoria ocupando essa função de suporte de valor para cada caso.

Marx ([1867] 2013) argumenta que existe uma insuficiência nessa formulação, porque o fato de tudo se reduzir a essa geleia de trabalho faz com que a série comparativa não possua um fim claro de permutabilidade, porém é possível dizer que, ao analisar por outra ótica, todas as mercadorias se equiparam a primeira, que ocupa a forma relativa. Ou seja, expressa-se o valor de diferentes mercadorias em apenas uma comum a todas, formando, assim, uma forma de valor equivalente universal, a qual todas as mercadorias expressam seu valor a uma única mercadoria de modo simples e unitário.

Figura 1 - Representação da forma equivalente universal

1 casaco =
10 libras de chá =
40 libras de café =
1 *quarter* de trigo =
2 onças de ouro =
½ tonelada de ferro =
x mercadoria *A* =
etc. mercadoria =

} 20 braças de linho

Fonte: MARX, [1867] 2013, p. 173.

Esse processo é o caminho para o que é conhecido como forma-dinheiro, no qual a unidade monetária ocupa a forma de valor universal, ou seja, o valor de outras mercadorias é expresso a uma única mercadoria em comum, o dinheiro. Nesse aspecto, o autor demonstra que o ouro - mercadoria usada como dinheiro na época analisada - facilita as permutações no cotidiano, no entanto, esconde, ao longo desse processo, a sua origem que é proveniente da forma de valor simples e que vai se especificando até chegar no momento de indiferença entre os valores das mercadorias.

Figura 2 - Representação da forma equivalente universal

20 braças de linho =
1 casaco =
10 libras de chá =
40 libras de café =
1 *quarter* de trigo =
½ tonelada de ferro =
x mercadoria *A* =

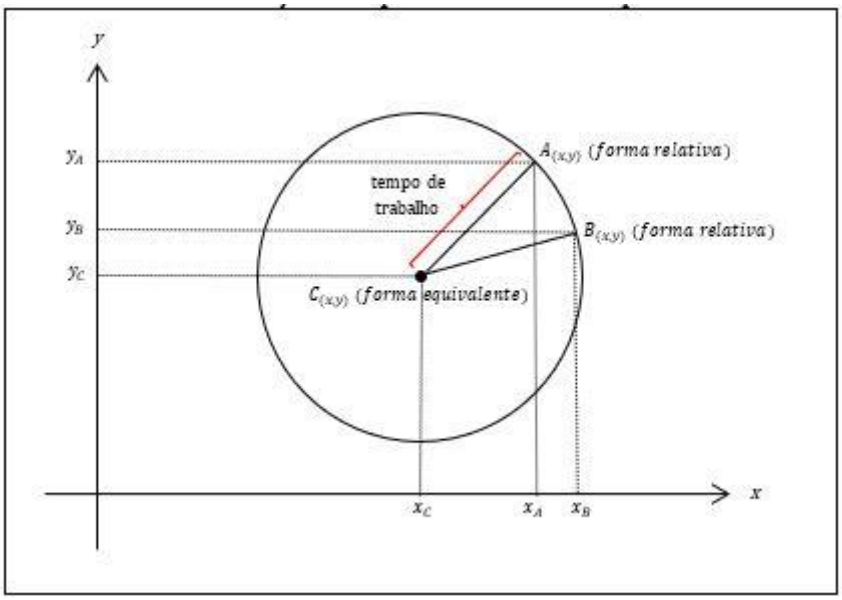
} 2 onças de ouro

Fonte: MARX, [1867] 2013, p. 178.

Essa discussão é o ponto de partida desta pesquisa, pois acredita-se que existe uma forma matemática de representar as relações de troca das mercadorias considerando que tenham sua origem no trabalho humano e de modo que o dinheiro seja um paralelo ao que de fato está sendo analisado. Entende-se que essa discussão pode ser abordada através da representação de uma circunferência através da qual as mercadorias estão expressas no perímetro e ocupando a função relativa, enquanto o centro é ocupado por uma mercadoria com a função equivalente.

Essa relação permite, inicialmente, uma noção de equidistância entre as mercadorias presente ao longo da circunferência, que diz respeito ao tempo de trabalho, conforme a figura a seguir.

Figura 3 - Representação da teoria do valor do trabalho em uma circunferência



Fonte: Azevedo, p.07.

A forma em questão consegue explicar as equivalências entre as mercadorias, no entanto, o modelo geométrico não permite que exista uma permutabilidade, ou seja, troca direta entre as mercadorias que ocupam a forma relativa, pois, por definição, o tamanho de uma corda é diferente de um raio em uma circunferência. Com isso, foi necessário buscar outras ferramentas que pudessem explicar a teoria do valor do trabalho.

2.2 Retrospecto matemático e a transição geometria-álgebra

Esse movimento de abstração da geometria também foi notado no processo de formalização do cálculo diferencial, pois, na necessidade de formulações mais rigorosas, a álgebra tornou-se um meio de compreender conceitos que possuíam definições precisas para limite, continuidade, derivadas (fluxões), entre outros. Carl Boyer resume, em sua obra *The History of Calculus and Its Conceptual Development* ([1949] 2016), o processo histórico para a formalização do cálculo diferencial.

Primeiramente, o autor aborda que os conceitos de infinito, continuidade para método de fluxões, razões primeiras e últimas, limites e derivadas eram considerados problemas metafísicos e, portanto, não cabia à matemática resolvê-los. No século XVIII, escritos de Newton e Leibniz foram contestados por utilizarem conceitos geométricos e que davam uma explicação rasa acerca do tema.

O método de Lagrange, que futuramente foi importante para o entendimento da lei de continuidade, também foi criticado pelo uso indiscriminado de séries infinitas com base no Teorema de Taylor. Esses métodos geraram, naquele período, questionamentos sobre o que se entendia por uma função em geral e por uma função contínua em particular.

Segundo Boyer ([1949] 2016), um dos pioneiros nesse movimento foi o matemático e filósofo Bernhard Bolzano, quando, em 1799, Gauss demonstra que toda equação algébrica racional e integral possui uma raiz por meio do teorema fundamental da álgebra utilizando de conceitos geométricos. No entanto, Bolzano desejava uma prova que envolvesse apenas considerações da aritmética, álgebra e análise desconsiderando ao máximo intuições espaciais que passassem, para a demonstração, a ideia de tempo e movimento.

Para realizar esse projeto, o matemático necessitou que houvesse uma definição de continuidade que satisfizesse as demandas algébricas e aritméticas. Diante disso, então, surge uma definição que parte do conceito de limite e diz que uma função $f(x)$ é contínua em um intervalo se, para qualquer valor de x a diferença

$$f(x + \Delta x) - f(x) \qquad \text{Equação (3)}$$

torna-se e permanece menor que qualquer quantidade dada para um Δx suficientemente pequeno, seja positivo ou negativo. E, através disso definiu que a derivada de $F(x)$ parte da razão

$$\frac{F(x+\Delta x) - F(x)}{\Delta x} \qquad \text{Equação (4)}$$

quando essa se aproxima indefinidamente conforme Δx se aproxima de zero, seja Δx positivo ou negativo.

Conforme abordado por Boyer ([1949] 2016), embora a contribuição de Bolzano indicasse um caminho significativo para a formalização do cálculo, seu trabalho teve relevância meio século após a publicação. No entanto, tal contribuição foi essencial para o processo de trazer para o cálculo definições mais rigorosas que trabalhassem os conceitos abstraindo ideias como tempo e movimento abordados por autores como Newton e Leibniz.

Por outro lado, o matemático Augustin-Louis Cauchy atuou sobre uma lógica parecida com a de Bolzano e teve maior relevância no período devido ao conceito trabalhado por Newton que estava sendo utilizado por matemáticos como Robins, D'Alembert e L'Huilier e sendo abordado em livros didáticos de Lacroix, esse debate favoreceu com que a visão de Cauchy fosse considerada.

Nesse sentido, Augustin-Louis Cauchy aprofunda e sistematiza esse movimento de abstração ao propor definições que buscavam eliminar, de maneira ainda mais explícita, os resquícios de intuições geométricas e mecânicas herdadas de Newton e Leibniz. Diferentemente das fluxões, que estavam associadas à ideia de movimento no tempo, Cauchy redefine o cálculo a partir do conceito de limite, compreendido como o valor ao qual uma variável tende quando outra se aproxima indefinidamente de determinado número.

Assim, ao definir continuidade afirmando que uma função é contínua quando uma variação infinitamente pequena na variável independente produz uma variação igualmente infinitamente

pequena na função, Cauchy desloca o fundamento do cálculo para o domínio das relações numéricas. Do mesmo modo, ao definir a derivada como o limite da razão incremental quando o acréscimo da variável tende a zero, ele consolida uma abordagem que prescinde de interpretações físicas e espaciais, estruturando o cálculo sobre bases essencialmente analíticas.

Dessa forma, sua contribuição não se restringe à reformulação conceitual de limite, continuidade e derivada, mas representa um passo decisivo no processo de aritmetização da análise. Ao conferir maior precisão lógica às definições e demonstrações, Cauchy contribui para transformar o cálculo em um corpo teórico mais autônomo, menos dependente de imagens geométricas e mais alinhado a uma estrutura abstrata e rigorosa.

Portanto, sua atuação foi fundamental para consolidar o movimento de formalização que marcou o século XIX, inserindo o cálculo em um novo horizonte metodológico, no qual a abstração tornava-se condição necessária para o desenvolvimento da matemática moderna.

2.3 Aspectos das coordenadas polares

O processo de abstração não exclui por completo a geometria das análises, essa etapa foi necessária para retirar a ideia de movimento presente no cálculo diferencial. Nesse sentido, compreende-se que a geometria é capaz de ocupar a forma de representação estruturada do problema analisado. Assim, a utilização dessa ferramenta, apesar de ser abstraída da formulação rigorosa, não se torna inviável, afinal, a geometria passa a operar em conjunto com métodos analíticos, contribuindo para a organização e visualização de relações que também podem ser expressas de forma algébrica.

Tendo em vista esse processo com o cálculo diferencial, entende-se que no contexto de reorganização dos conceitos da matemática, observa-se também o desenvolvimento de diferentes formas de representação da geometria por meio de sistemas coordenados. Entre essas formulações, destacam-se as coordenadas polares, que constituem um sistema alternativo ao plano cartesiano para descrever pontos no plano. Assim, o surgimento e a utilização desse sistema podem ser compreendidos dentro do mesmo processo histórico em que diferentes instrumentos analíticos passaram a ser empregados conforme as exigências dos problemas matemáticos considerados.

Segundo Gonçalves (2019), o desenvolvimento das coordenadas polares pode ser compreendido a partir de um processo histórico mais amplo relacionado às diferentes formas de representar posições e relações geométricas no plano. Antes da formulação de sistemas coordenados propriamente ditos, matemáticos da antiguidade já tratavam da localização de pontos e da descrição de curvas por meio de propriedades geométricas. Nesse contexto, as curvas eram definidas a partir de relações entre segmentos, ângulos e outras grandezas geométricas, sem a utilização de pares de números para identificar pontos no plano.

Conforme Gonçalves (2019), ao longo da Idade Média surgiram algumas tentativas de representar relações entre grandezas utilizando construções geométricas que, posteriormente, seriam

associadas à ideia de coordenadas. Um exemplo citado na literatura é o trabalho de Nicole Oresme, no século XIV, no qual aparecem representações que relacionavam variações de determinadas grandezas ao longo do tempo. Nessas representações, Oresme utilizava segmentos perpendiculares a uma linha de referência para indicar essas variações, empregando os termos latitude e longitude para descrever tais relações. Embora essas representações não constituíssem ainda um sistema de coordenadas no sentido posterior, elas já indicavam uma forma de relacionar grandezas por meio de posições em um plano. Vale ressaltar que esse método utilizado por Oresme buscava representar graficamente a velocidade em função do tempo, essa ideia de cinética foi um marco que foi trabalhado durante o período.

No século XVII, com os trabalhos de Pierre de Fermat e René Descartes, essas ideias passaram a assumir uma forma mais sistemática. Ambos desenvolveram procedimentos que relacionavam equações algébricas a curvas geométricas, estabelecendo relações entre grandezas que posteriormente seriam interpretadas como coordenadas de pontos no plano. Descartes partia de construções geométricas para obter equações, enquanto Fermat partia de equações envolvendo duas grandezas para determinar o lugar geométrico correspondente. Esses trabalhos contribuíram para o desenvolvimento da geometria analítica e para a consolidação do sistema de coordenadas cartesianas.

A partir desse sistema tornou-se possível representar pontos do plano por meio de pares de números associados a dois eixos perpendiculares. Entretanto, algumas curvas apresentavam descrições que possuíam limitações quando expressas apenas por meio de coordenadas cartesianas, principalmente em situações envolvendo espirais ou movimentos circulares.

Nesse contexto, no final do século XVII, surgiram descrições que utilizavam uma distância medida a partir de um ponto fixo e um ângulo associado a uma direção no plano. Em 1691, os irmãos Bernoulli apresentaram estudos nos quais a posição de um ponto era determinada por uma distância radial e um ângulo, introduzindo o que posteriormente ficou conhecido como coordenadas polares. Esse sistema passou a ser utilizado em situações nas quais a descrição das curvas se tornava mais simples quando expressa em termos de raio e ângulo. A estrutura em questão permitia que curvas envolvendo muitas espirais, por exemplo, se tornassem praticáveis, ao contrário do sistema cartesiano.

O movimento de espirais também foi trabalho por Isaac Newton, no século XVII, no qual propõe em sua obra *Principia Mathematica*, que nenhuma curva oval pode ter sua área “quadrada” calculada por meio de equações finitas. Isto é, ter que utilizar de recursos como integrais e números transcendentes para o cálculo de figuras com grau maior ou igual a 2.

Inicialmente, Newton define que fixando um ponto qualquer dentro de uma figura oval, denominada polo, ao qual uma reta gire em torno com velocidade constante e, um ponto desta reta que se afasta do polo gradativamente, constrói-se através desse ponto, portanto, uma espiral com

infinitas voltas. Dessa forma, ao tentar calcular a área varrida pelo ponto com uma equação finita, encontra-se, juntamente, a distância entre o polo e o ponto proporcional a essa área e que, por fim, torna-se possível calcular todos os pontos da espiral por meio de uma equação finita.

A problemática que o autor traz acerca desse tema é que toda reta prolongada até o infinito gera infinitas intersecções com a curva, sendo impossível existir uma única equação que explique a posição dos infinitos pontos. Portanto, é necessária elevar-se às dimensões (grau) a quantidade de intersecções, com isso, elevando as dimensões ao infinito tem-se, por fim, uma equação de infinitas intersecções e raízes e, assim, encontrando todos os pontos simultaneamente.

No entanto, vale ressaltar que exige-se que as curvas não possam ter suas ordens rebaixadas, pois isso significa que, na verdade, trata-se de um complemento de curvas de ordens inferiores, ou seja, uma curva composta de duas ou mais curvas que suas intersecções possam ser calculadas por equações de dimensões mais baixas e de modo separadamente.

Com isso, é possível compreender o processo histórico da matemática e como, ao longo do tempo, novos mecanismos surgem a fim de responder mais rigorosamente algumas questões. Nesse caso, as coordenadas polares, apesar de serem um instrumento geométrico, conseguiram trazer um caráter algébrico para análise, esse comportamento foi levado em consideração para traçar uma possibilidade de ferramenta que fosse capaz de suportar a estrutura presente na teoria do valor do trabalho.

3 - Análise matemática da Teoria do Valor

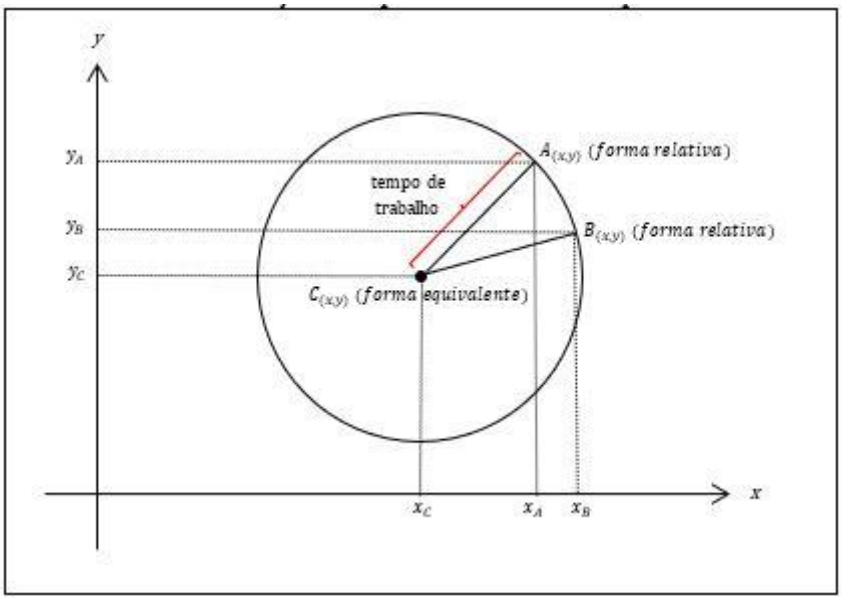
Como visto nos tópicos anteriores, inicialmente, a proposta parte de uma análise com base matemática da teoria do valor realizada por Marx em *O Capital* ([1867] 2013), a qual existe uma tentativa de expressar as relações de valor em outra estrutura.

Sob essa ótica, a primeira estrutura que foi abordada é uma circunferência simples que detém em todo seu perímetro infinitas mercadorias. Como explicado anteriormente, toda mercadoria só pode necessariamente efetivar a relação de troca por possuírem um denominador em comum, tempo de trabalho socialmente necessário, e é isso que permite a permutabilidade entre elas. Portanto, utilizando da estrutura da circunferência e a suposição de o perímetro representar as mercadorias, define-se que o raio dessa representa, então, o tempo socialmente necessário, e é essa estrutura que permitiria a comparabilidade e, consequentemente, a permutabilidade entre as mercadorias.

E esse símbolo representa, de modo figurativo, a relação da teoria do valor, no entanto, não pode-se afirmar que existe uma base matemática que comprove essa relação de troca entre as mercadorias, pois não se pode, através dessa figura, trocar uma mercadoria por outra de forma direta, é necessário o movimento de redução ao denominador comum que é o centro da circunferência e representa uma mercadoria que ocupa a posição de forma equivalente, passando pelo raio, que compreende-se como valor, e por fim trocar as mercadorias. Se for de forma direta uma mercadoria

pela outra, existe uma limitação geométrica que ao ligar as duas forma-se, então, uma corda e essa não possui o mesmo valor atribuído ao raio, portanto, não se pode inferir uma base matemática nessa estrutura. Conforme a figura a seguir.

Figura 4 - Representação da teoria do valor do trabalho em uma circunferência



Fonte: Azevedo, p. 07.

Com isso, houve a busca por outras ferramentas que pudessem explicar essa relação de modo que efetivamente considerava as regras matemáticas para análise. Uma alternativa seria o uso de curvas de nível para representar a relação de equivalência. Esta pesquisa se propõe a realizar a modelagem do problema em trabalhos futuros. Outra alternativa seria a elipse por não ser efetivamente uma circunferência, no entanto, a existência de dois focos não permitiria que a análise pudesse ser realizada, afinal o centro da imagem representa uma mercadoria na forma equivalente que posteriormente será a posição de forma dinheiro.

Assim, diante das limitações encontradas nas estruturas anteriormente analisadas, sobretudo no que diz respeito à impossibilidade de garantir a permutabilidade entre as mercadorias, tornou-se necessário buscar uma ferramenta que preservasse a comparabilidade sem depender de relações geométricas fixas. Nesse sentido, as coordenadas polares apresentam-se como uma possibilidade promissora, não por oferecerem uma representação visual da troca, mas por constituírem um sistema formal capaz de organizar diferentes dimensões dentro de um mesmo referencial matemático.

Diferentemente da circunferência simples, cuja análise estava condicionada às propriedades internas da própria figura, o sistema de coordenadas polares opera como método de descrição do plano, permitindo que as relações entre os elementos sejam tratadas de maneira coordenada e não apenas por vínculos métricos diretos. Isso amplia o campo de análise, pois a estrutura não impõe, de imediato, restrições que inviabilizam a consideração simultânea de aspectos distintos envolvidos na teoria do valor.

Dessa maneira, mesmo que a modelagem completa ainda não tenha sido estabelecida, as coordenadas polares configuram uma hipótese metodológica consistente para a continuidade da investigação. Elas permitem estruturar a análise das relações de valor dentro de um sistema matemático que admite distinções internas e comparabilidade, mantendo aberta a possibilidade de refinamento teórico e preservando a coerência com o percurso desenvolvido ao longo da pesquisa com o objetivo de tentar alcançar uma reinterpretação do modelo teórica do valor do trabalho para Marx ([1867] 2013).

4 - Conclusões

Conforme as análises realizadas ao longo deste trabalho, entende-se que a investigação ainda se encontra em um estágio inicial. As estruturas geométricas consideradas até o momento permitiram levantar algumas possibilidades de representação das relações de valor, mas também evidenciaram limitações que indicam a necessidade de aprofundar a análise matemática do problema.

Assim, esta pesquisa ainda se encontra em um estágio inicial de investigação. Como continuidade do trabalho, pretende-se aprofundar a análise do sistema de coordenadas polares e investigar de que forma ele pode ser utilizado para estruturar matematicamente as relações presentes na teoria do valor do trabalho.

5 - Referências

AZEVEDO, R. A leitura de Marx do atomismo de Epicuro e as ferramentas para a construção de um mundo. Germinal: Marxismo E educação Em Debate. No prelo.

BOYER, Carl B. *The history of the calculus and its conceptual development*. New York: Dover Publications, 1939.

GONÇALVES, Felipe Antonio Machado Fagundes (org.). *Matemática: ciência e aplicações 4*. Ponta Grossa: Atena Editora, 2019.

KOLOZOVA, Katarina; COCKSHOTT, William Paul; MICHAELSON, Greg. *Defending materialism: the uneasy history of the atom in science and philosophy*. London: Bloomsbury Academic, 2025.

MARX, Karl. *O capital: crítica da economia política*. Livro I. São Paulo: Boitempo, 2013.

NEWTON, Isaac. *Principia Mathematica*. 2. ed. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.